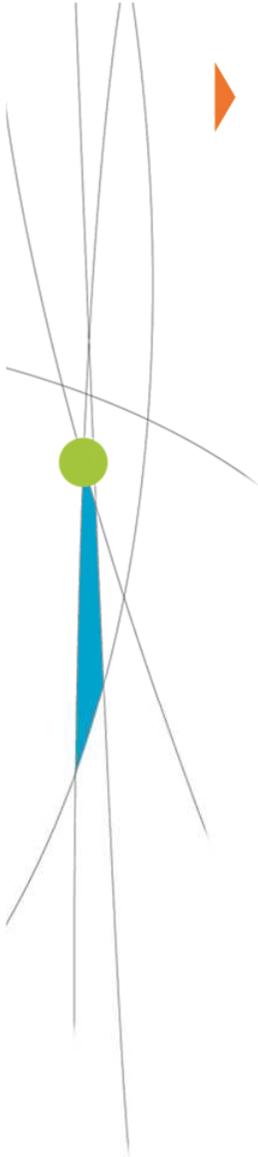


Regards sur la complexité

Guillaume Deffuant





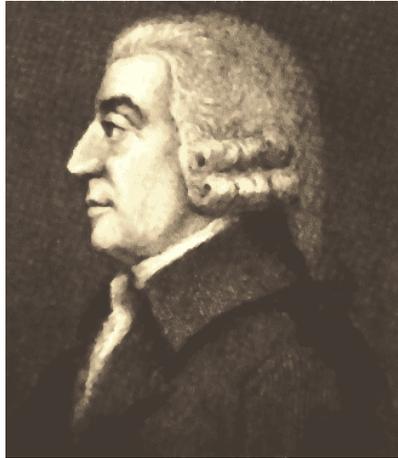
▶ Quelques regards

- **Notre monde est-il complexe ?**
- **Mesures et définitions de la complexité liées à la machine de Turing**
- **Simuler des dynamiques complexes: une approche systématique ?**
- **Conclusion**

Un monde complexe ?



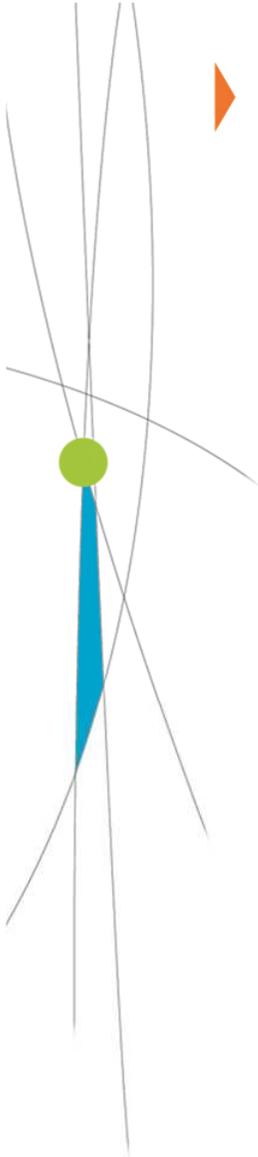
▶ Main invisible, Adam Smith



« By pursuing his own interest he frequently promotes that of the society more effectually than when he really intends to promote it. »

« Vices privés, bénéfices publics » (fable de Mandeville)



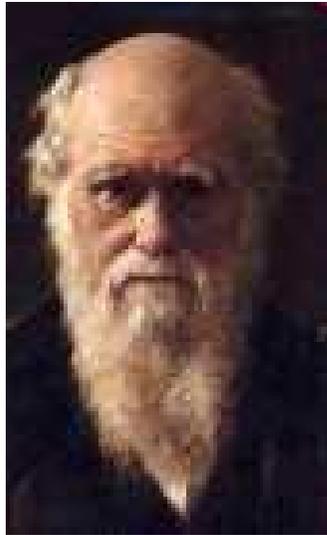


La ruse de la raison de Hegel

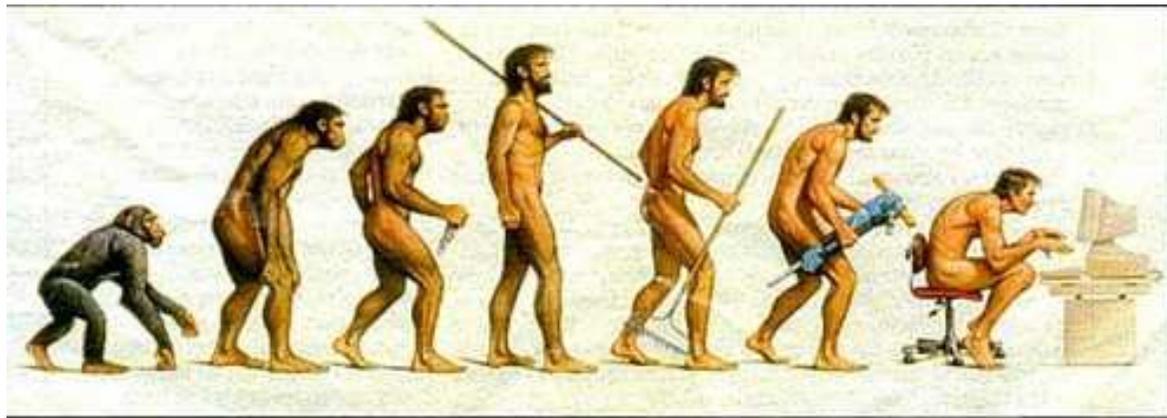


Hegel nomme *ruse de la raison* dans *l'Histoire* ce processus qui fait que les acteurs individuels de l'histoire contribuent par leurs passions, sans le savoir à l'avènement de la raison universelle, sous la forme de l'esprit d'un peuple.

Théorie de l'évolution, Darwin



- La sélection naturelle est responsable de l'évolution des espèces, et notamment de l'apparition d'organes nouveaux qui optimisent la survie.

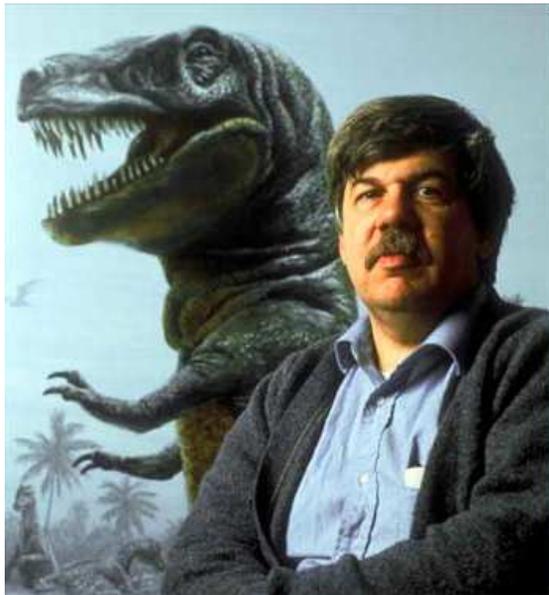
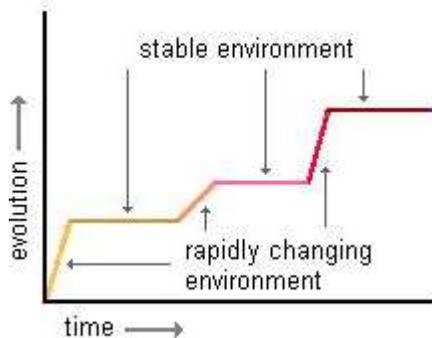


Monadologie de Leibniz



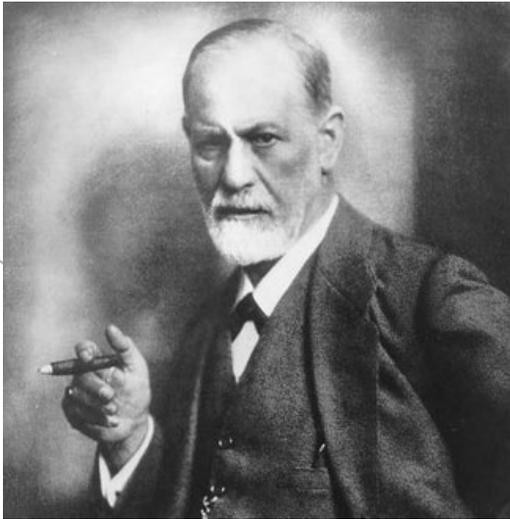
- « La monade, dont nous parlerons ici, n'est autre chose qu'une substance simple, qui entre dans les composés ; simple, c'est-à-dire sans parties... Ces monades sont les véritables atomes de la nature et, en un mot, les éléments des choses... Les monades n'ont point de fenêtres, par lesquelles quelque chose y puisse entrer ou sortir. »

Complexité de l'évolution



- **S. J. Gould: équilibres ponctués.**
- **Influence du phénotype sur le génotype**
- **Sélection de comportements de groupe**
- **Dérive génétique**

Complexité humaine

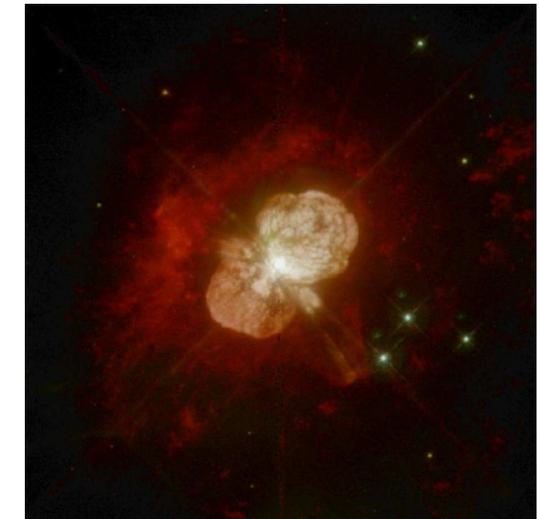
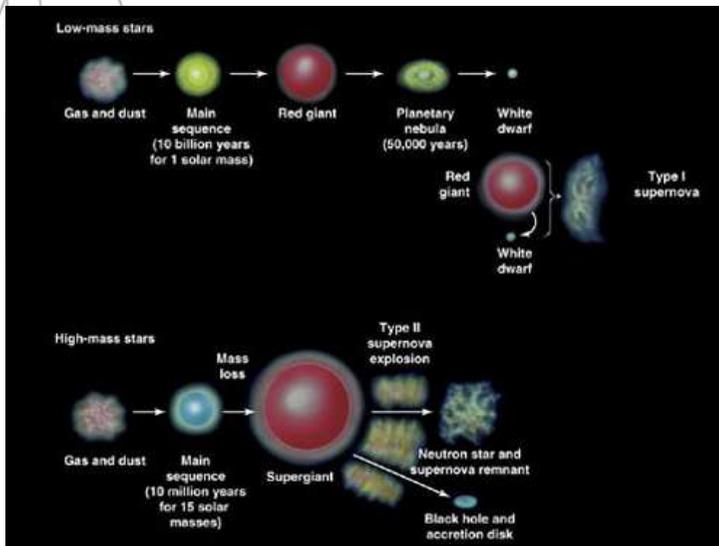
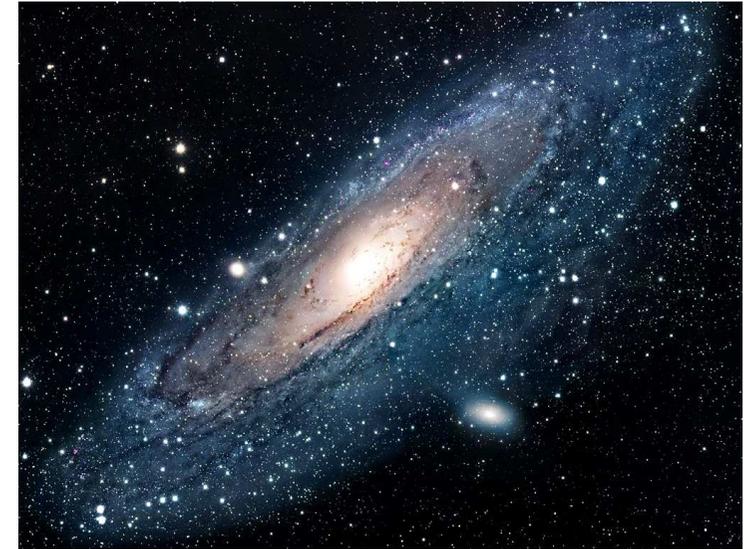
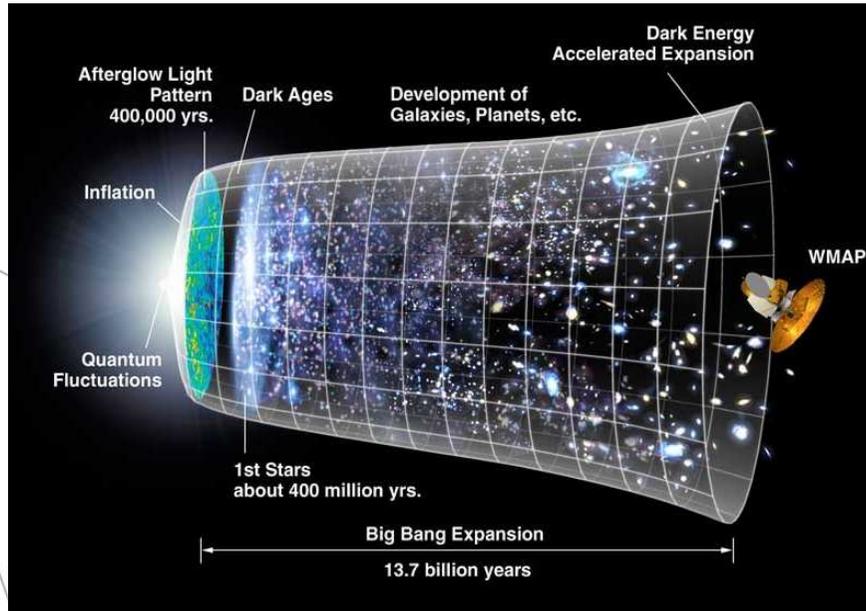


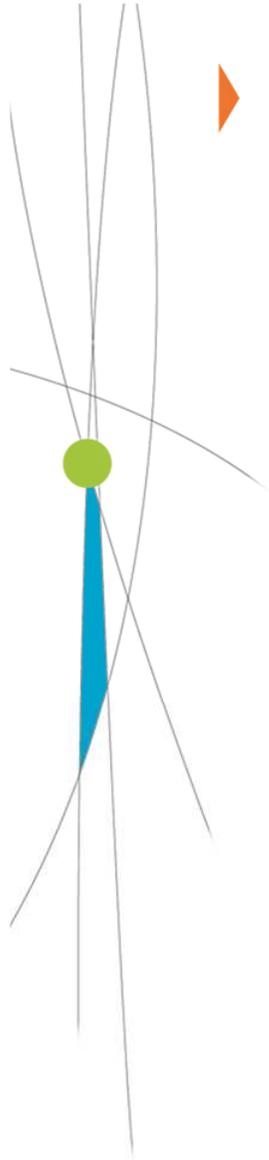
- **Freud: l'homme s'échappe à lui-même à sa propre échelle**
- **Les acteurs peuvent aussi avoir une action lucide sur le collectif:**
 - **Castoriadis: l'institution imaginaire de la société. Le projet d'une société autonome. Ici, la volonté explicite des acteurs joue un rôle.**
 - **Todorov: le jardin imparfait.**

Société des organisations (M. Gauchet)



Cosmologie: dynamique complexe de l'univers





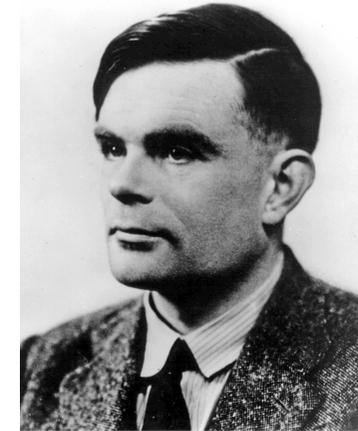
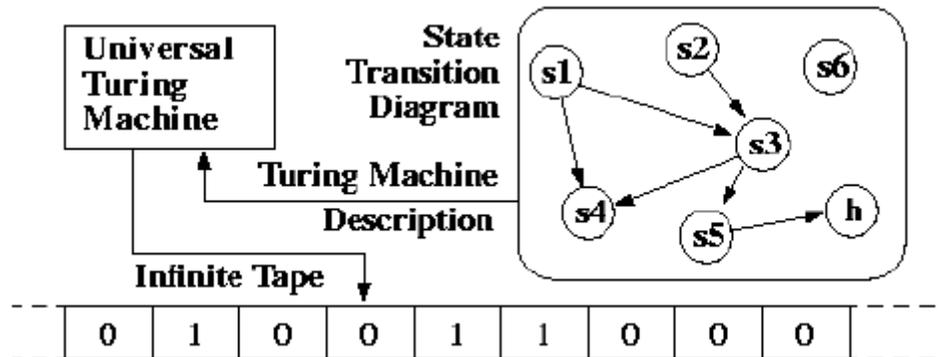
Conclusion

- **Le monde moderne se conçoit comme complexe.**
- **Les dynamiques complexes sont devenues plus incertaines, et intègrent des niveaux d'échelle intermédiaires.**

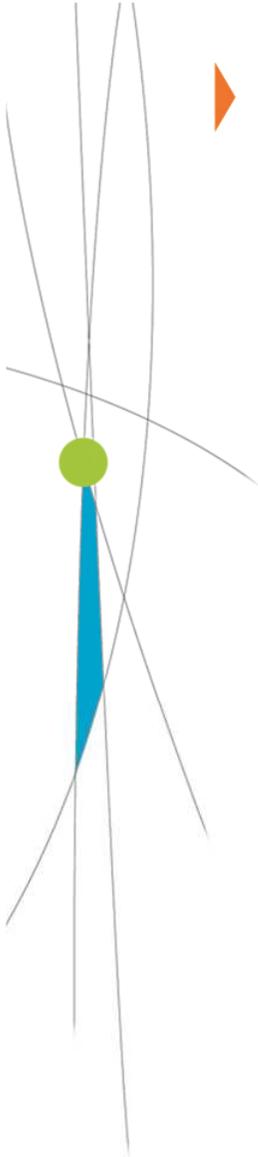
Mesures et définitions de la complexité



Machine de Turing



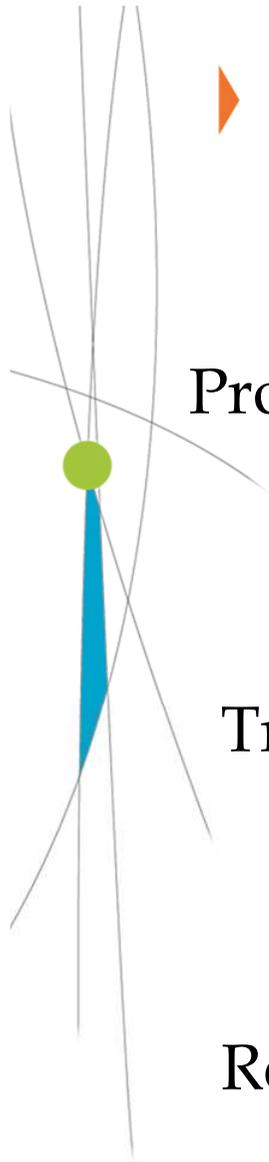
- **Définition de plusieurs formes de complexité**
 - Mesure de complexité d'une chaîne binaire finie (Chaitin-Kolmogorov)
 - Niveau de complexité d'une chaîne binaire ou d'un sous-ensemble infini de \mathbb{N} (Gödel, Turing)
 - Type de machines (Von Neumann - Dupuy)



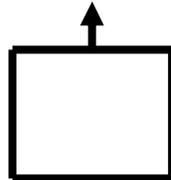
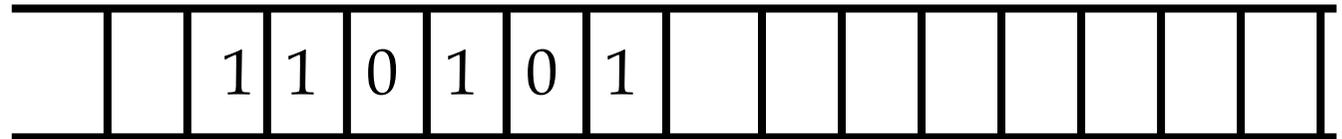
Thèse de Church-Turing

- **Toute fonction définissable par un algorithme est définissable par une machine de Turing**
- **Equivalence avec les fonction récursives partielles ou les fonctions lambda-définissables.**

Calculateur

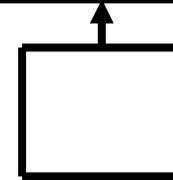
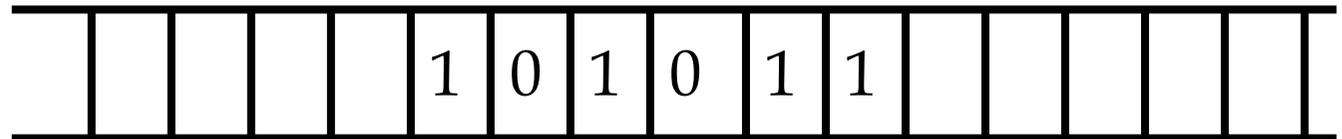


Programme

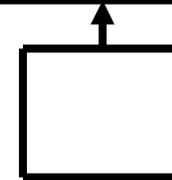
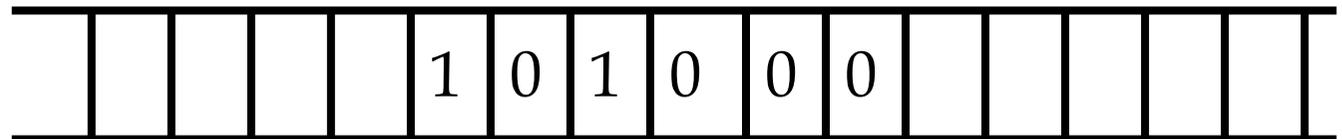


Uniquement lecture vers la droite

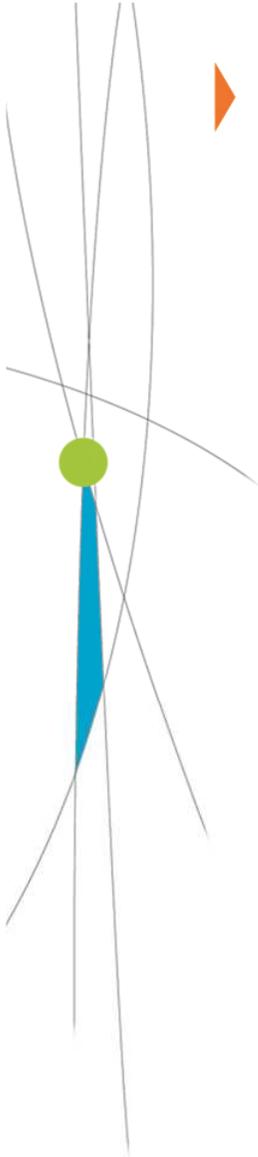
Travail



Résultats

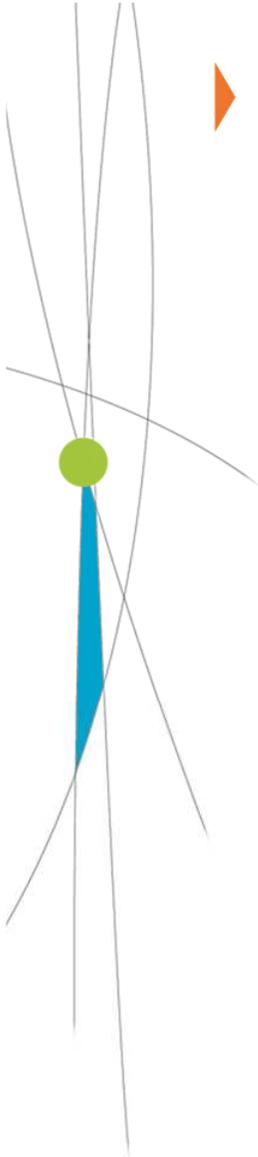


Uniquement écriture vers la droite



▶ Calculateur universel

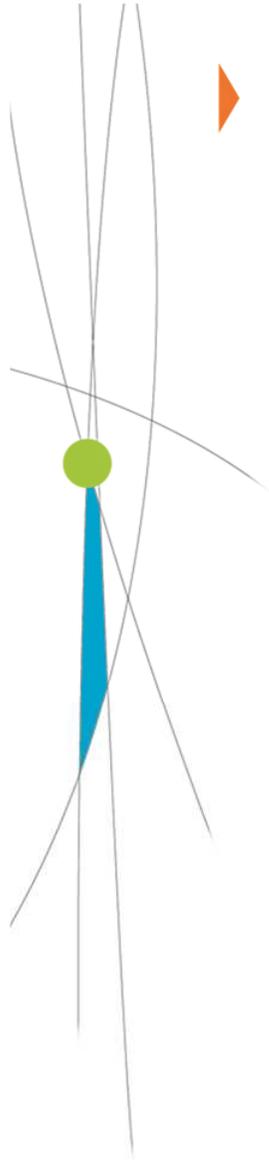
- Il existe des calculateurs universels C_i tels que pour tout calculateur C_k , pour tout programme pr de C_k , il existe pr' un programme de C_i tel que pour toute donnée s :
 - $C_i(pr', s) = C_k(pr, s)$
 - et $\text{longueur}(pr') < \text{longueur}(pr) + \text{simul}(C_k)$



Complexité de Kolmogorov

- Soit une chaîne de caractères (binaires) s finie
- $K(s)$ est définie comme la taille du plus petit programme tel que, pour Cu calculateur universel :

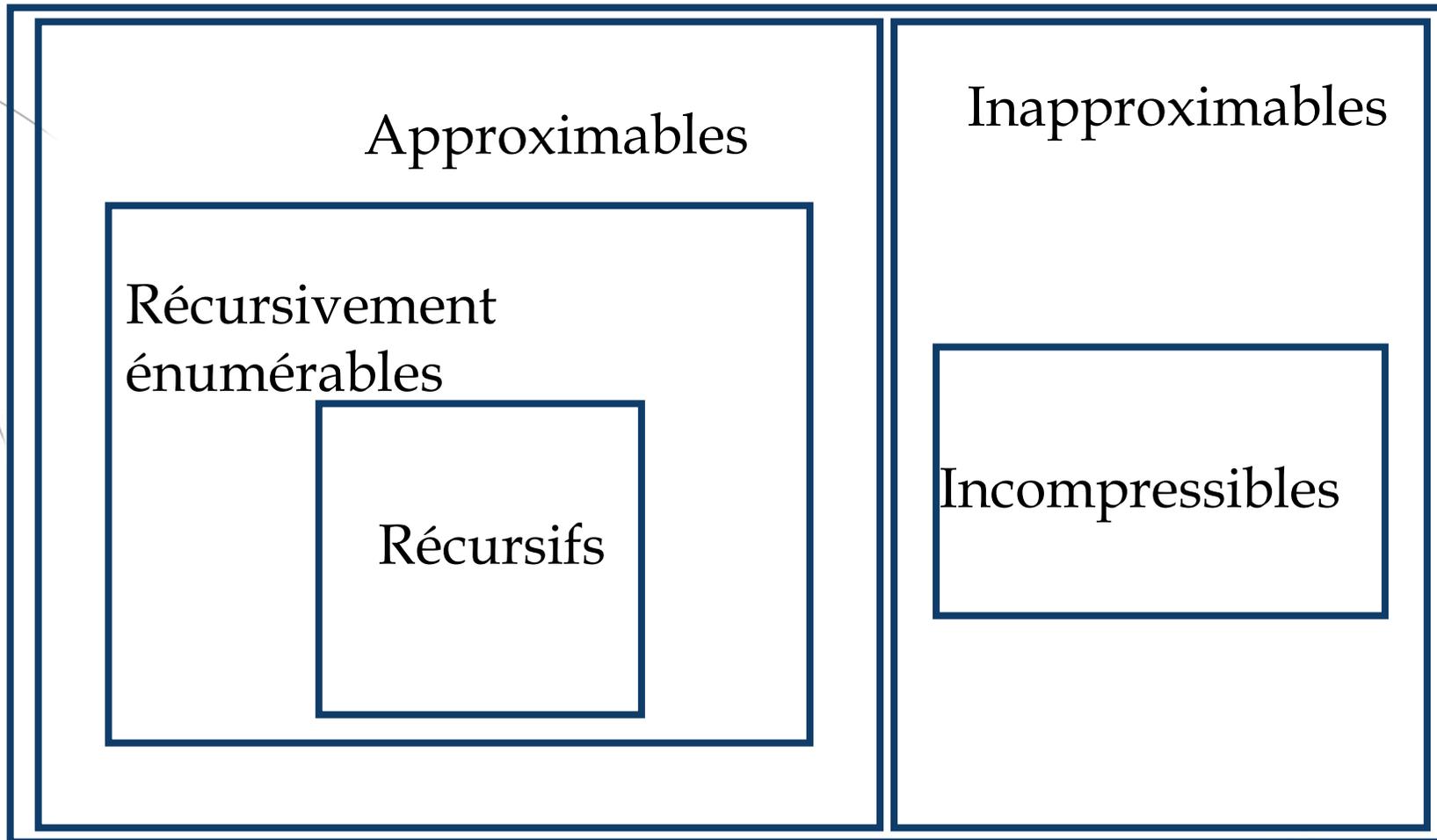
$$Cu(pr, \emptyset) = s$$

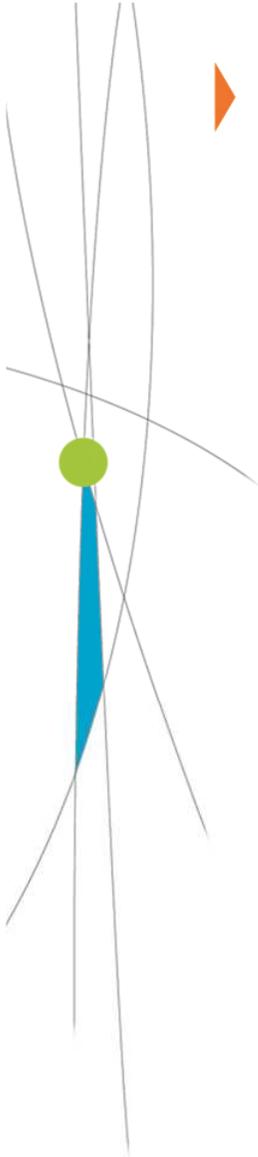


▶ Limites de la complexité de Kolmogorov

- **Non calculable**
- **Problème du bruit, qui est considéré comme complexe**
 - profondeur logique de Bennett
 - théorie de l'apprentissage (MDL)

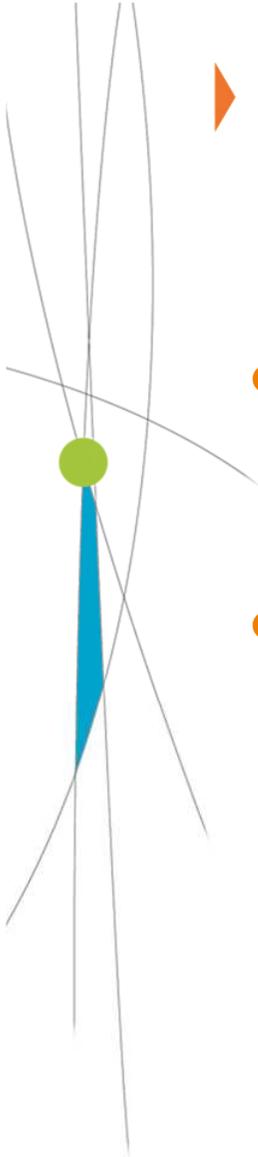
Classes de complexité de suites infinies





Equivalences

- **Chaîne binaire infinie,**
- **nombre entre 0 et 1**
- **Partie A de N :**
Si $sn=1$ alors $n \in A$, si $sn=0$ alors $n \notin A$
- **Ensemble de formules d'un système formel : on numérote les formules dans l'ordre lexicographique.**

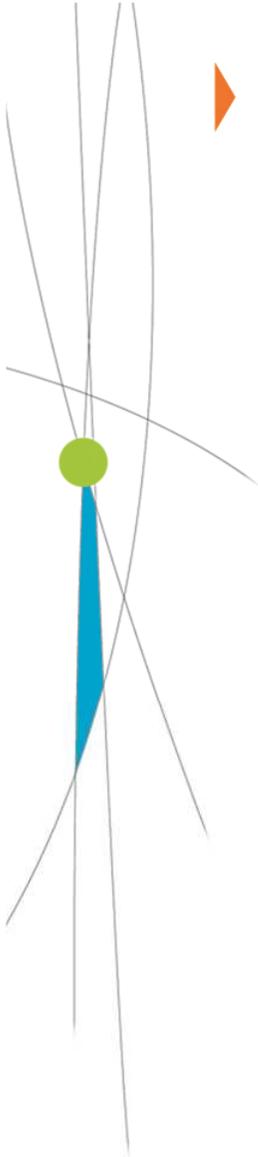


▶ Ensemble A récursif

- Il existe une machine de Turing M telle que pour tout entier n :
$$M(n)=1 \text{ si } n \in A \text{ et } M(n)=0 \text{ si } n \notin A$$
- Exemples :
 - l'ensemble des entiers pairs
 - l'ensemble des nombres premiers

Ensemble récursivement énumérable et non récursif

- Soit E l'ensemble des i tel que $M_i(i)$ existe. On peut montrer que :
 - E est récursivement énumérable : il existe une machine qui s'arrête sur 1 pour chaque élément de E .
 - E n'est pas récursif : il n'existe pas de machine capable de prédire, pour tout i de \mathbb{N} , si i est dans E ou pas.

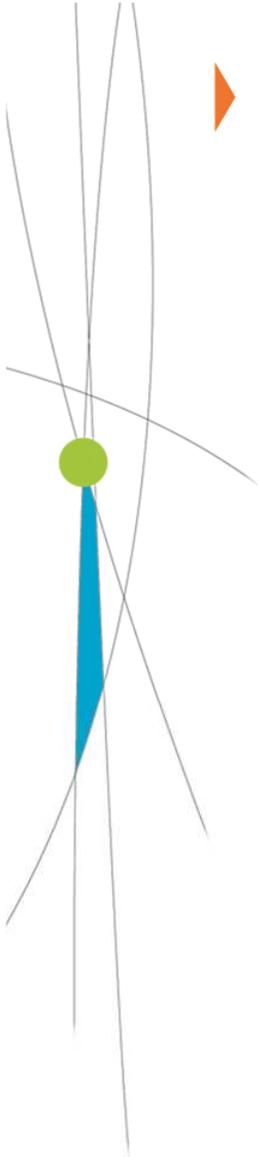


▶ **E est récursivement énumérable**

- **Soit M la machine qui, à partir de i :**
 - Reconstitue la machine M_i , en utilisant les règles de numérotation (cette opération est récursive et se termine)
 - Fait tourner M_i sur i et inscrit 1 comme résultat après l'arrêt
- **M est telle que $M(i)=1$ pour tout $i \in E$**

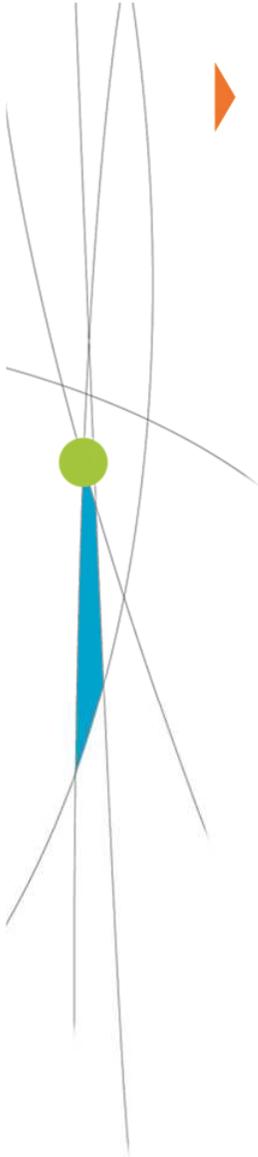
▶ E n'est pas récursif (Turing 1936)

- Soit M la machine qui donne $M(i) = 1$ si $Mi(i)$ s'arrête, $M(i) = 0$ si $Mi(i)$ ne s'arrête pas.
- alors on peut en déduire M' telle que $M'(i)$ ne s'arrête pas si $Mi(i)$ s'arrête, et $M'(i) = 0$ si $Mi(i)$ ne s'arrête pas.
- Posons $M' = Mk$, alors on a :
 $Mk(k)$ s'arrête $\Rightarrow Mk(k)$ ne s'arrête pas



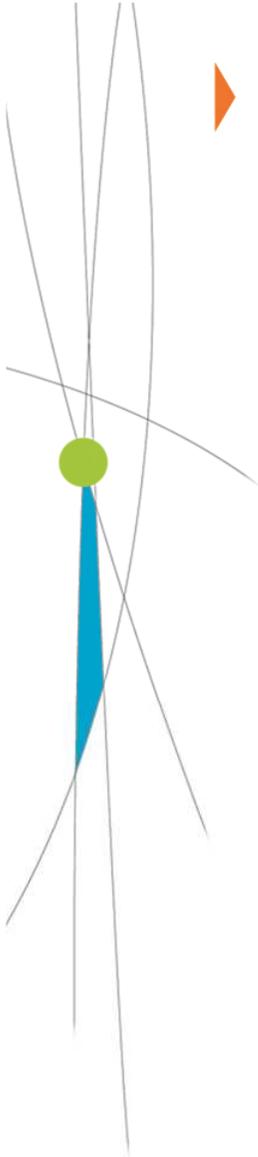
▶ Ensemble approximable

- **A est approximable si et seulement si A est fini ou contient un ensemble infini récursivement énumérable**
- **Exemple :**
 - L'ensemble des formules vraies pour l'arithmétique est approximable, mais pas récursivement énumérable



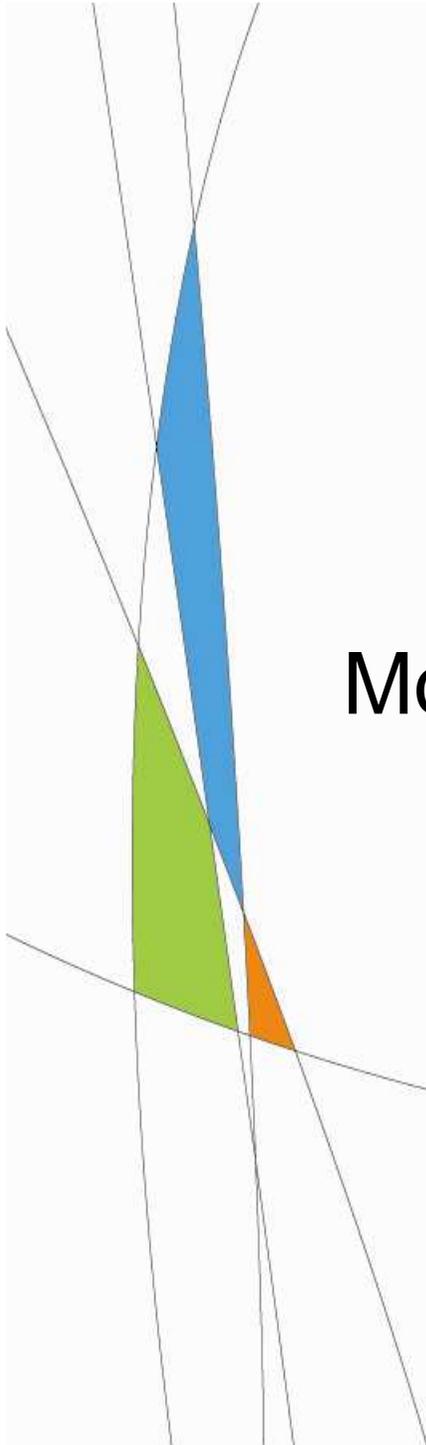
Complexité d'une machine (Von Neumann)

- **Une machine est complexe si l'ensemble de ses sorties possibles est infiniment plus long et difficile à décrire que ses règles de fonctionnement. Exemple prototypique: machine de Turing.**
- **Dupuy fait un lien avec la complexité « plus classique », qui permet d'échapper au réductionnisme:**
 - les mécanismes physico-chimiques sont capables de produire la vie
 - la vie est (infiniment) plus complexe que les mécanismes qui l'ont engendrée



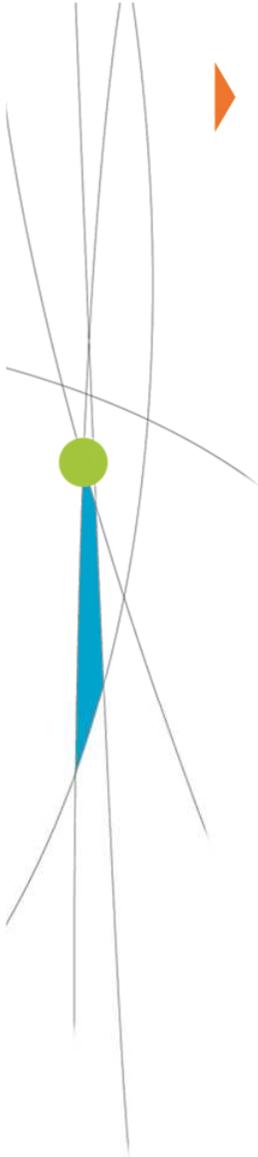
Conclusion

- **La mesure de complexité de chaîne finie pose un problème opérationnel très difficile, qui rejoint le problème de l'apprentissage. Il s'agit d'un problème inverse.**
- **Les autres définitions sont également difficilement opérationnelles.**



Modéliser, simuler des dynamiques complexes





Risque de la complexité

- **Des dynamiques locales (multi-agents, individus centrées) comportent le risque de la complexité: de comportements inattendus.**
- **Il est essentiel d'explorer systématiquement ces modèles pour comprendre le lien entre les dynamiques locales et dynamiques globales. Sinon, le modèle a peu de chances d'être utilisable en pratique: il est difficile d'avoir confiance en un modèle qu'on ne comprend pas.**

Double modélisation



Observations sur les dynamiques
individuelles ou collectives

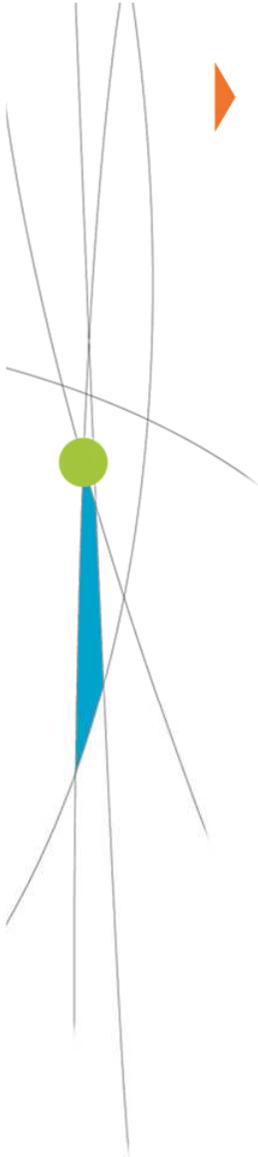
Modèles individus- centrés

- + : dynamique globale à partir de dynamique individuelle
- : lourdeur, besoin de données

↔
*comparaison,
validation*

Modèles agrégés

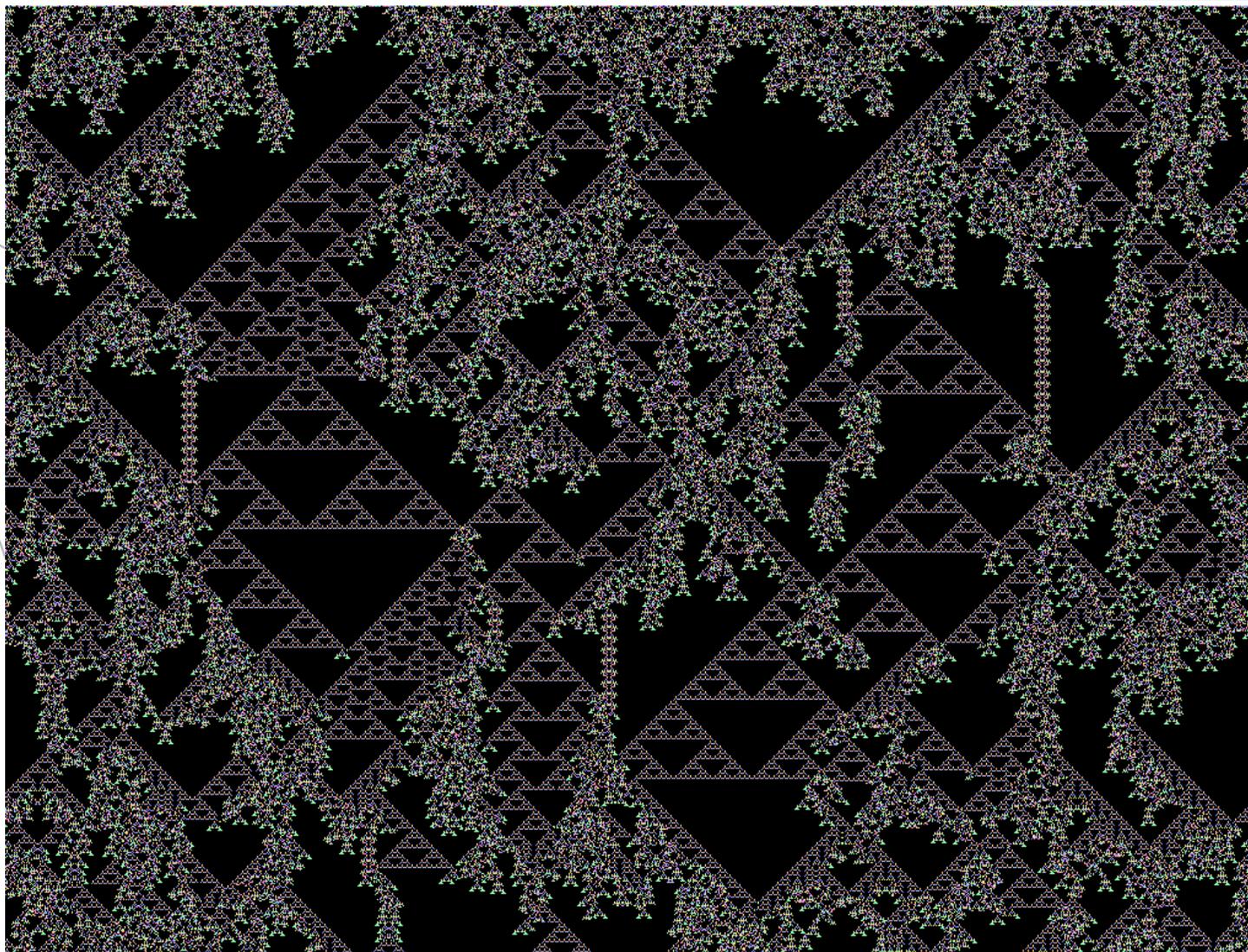
- + : simplicité
- : dynamique globale définie a priori



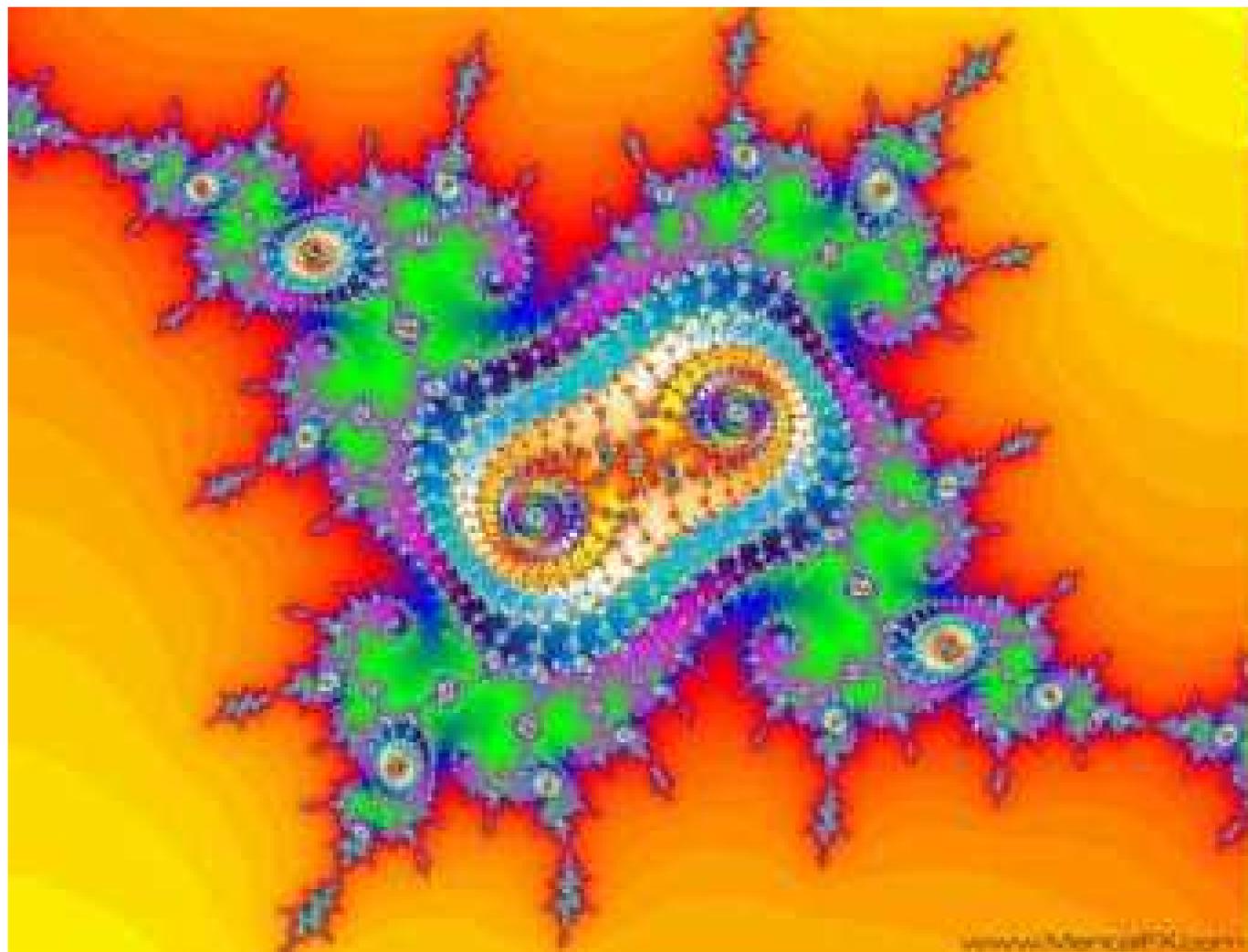
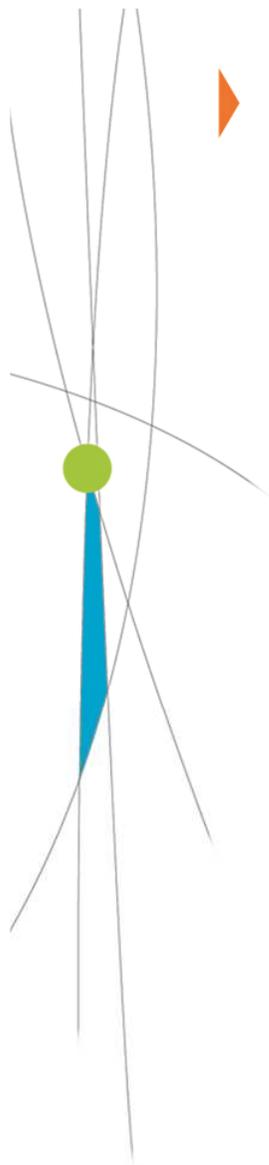
▶ Définir une bibliothèque de modèles complexes

- **Objectif, pouvoir se fonder sur des comportements complexes élémentaires lorsqu'on crée un nouveau modèle.**
- **Exploration systématique de**
 - Graphe d'automates
 - Population d'automates se déplaçant sur un graphe valué
 - Réseau d'objets géométriques

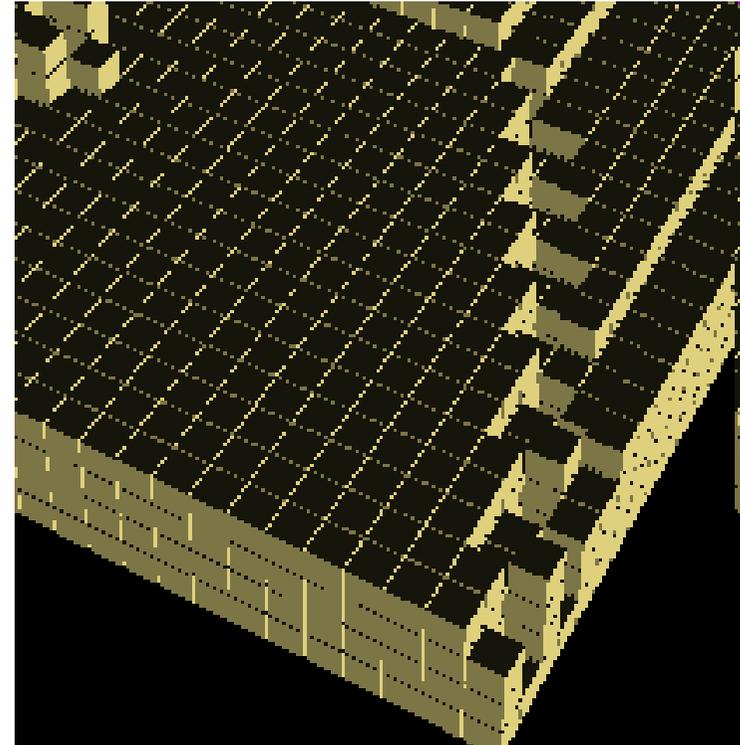
Automates cellulaires

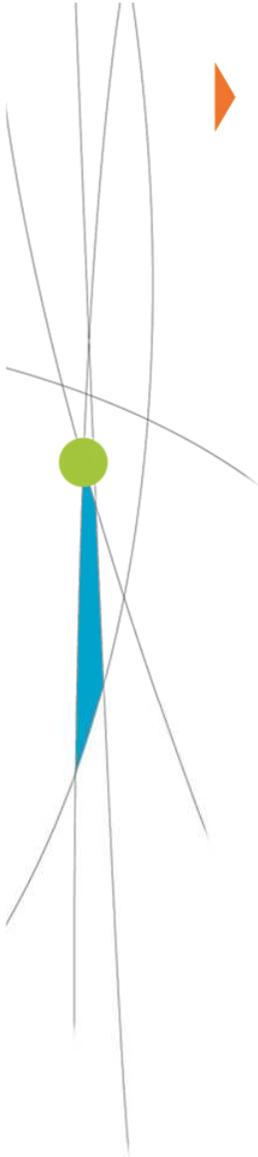


Fractals



Tas de sable: état critique auto-organisé

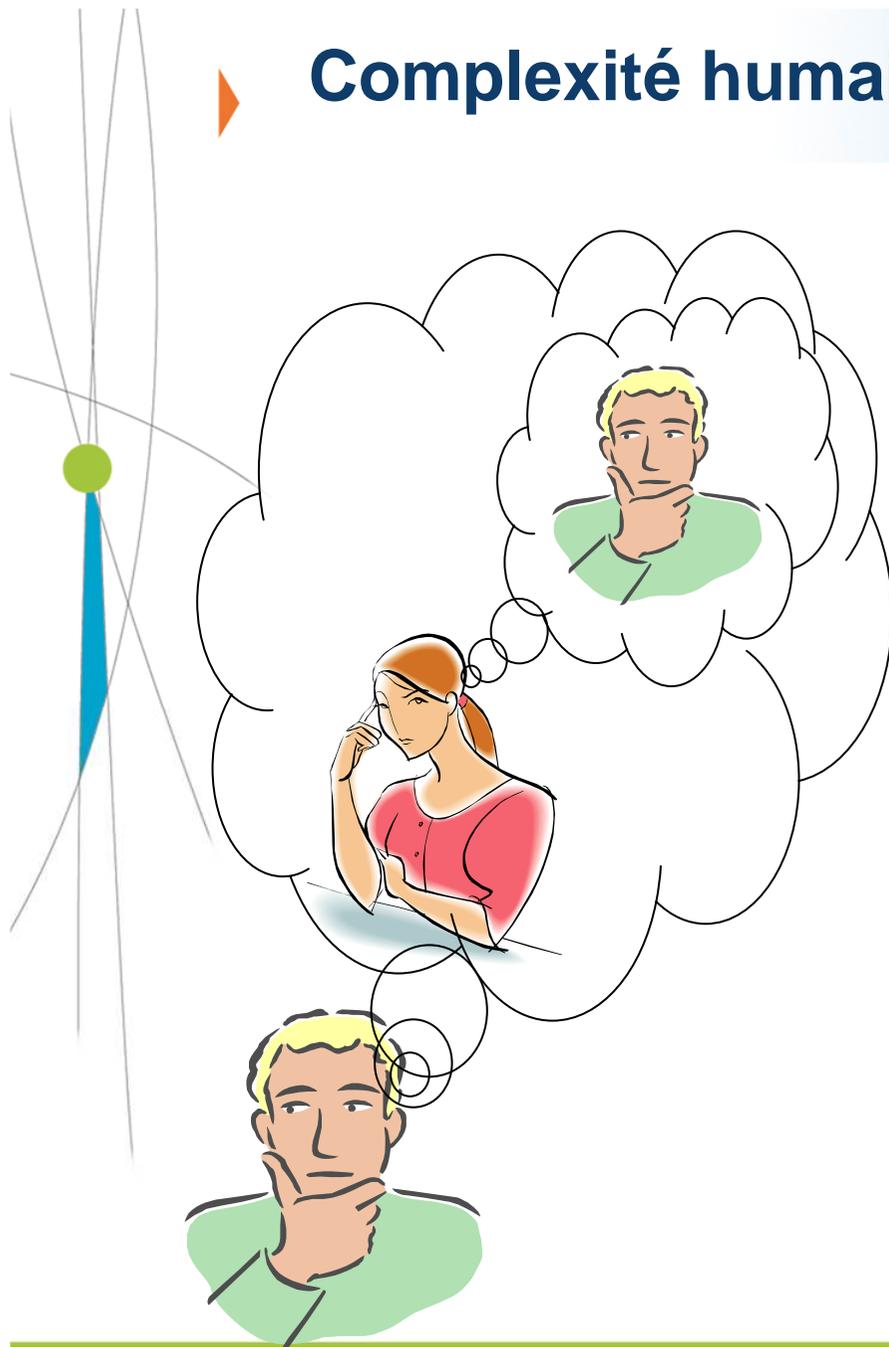




Conclusion

- **La simulation de modèles complexes n'en est qu'à ses débuts**
- **Etablir des méthodes expérimentales pour explorer les modèles est primordial:**
 - plans d'expériences adaptés
 - types d'observables pertinents au niveau global

Complexité humaine



- **Une partie traitée accessible directement aux modèles (la théorie des jeux):**
 - Représentations emboîtées
 - Common Knowledge
- **Le « je » et le « tu » adviennent en même temps.**
 - remise en question de la logique « ensembliste identitaire » ?
 - Besoin de formalismes de type différent ?

Copyrights MEXICO 2009 ©

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation ; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

see <http://www.gnu.org/licenses/fdl.html>